

PROAC / COSEAC - Gabarito

Prova de Conhecimentos Específicos

1ª Questão: (1,5 pontos)



Considere a função f definida por $f(x) = \frac{3x}{x^2 + 4}$.

Determine:

- seu domínio;
- os intervalos onde f é crescente e onde f é decrescente;
- pontos de máximo local, de mínimo local e de inflexão, caso existam.

Cálculos e respostas:

$$f(x) = \frac{3x}{x^2 + 4}$$

a) Domínio de $f = \mathbb{R}$

$$b) f'(x) = \frac{3(x^2 + 4) - 3x \cdot 2x}{(x^2 + 4)^2} = \frac{3x^2 + 12 - 6x^2}{(x^2 + 4)^2}$$

$$f'(x) = -3 \frac{x^2 - 4}{(x^2 + 4)^2} \Rightarrow f'(x) = 0$$

$$x = 2 \text{ ou } x = -2$$

		-2		2	
$x - 2$	-		-	0	+
$x + 2$	-	0	+		+
$f'(x)$	-	0	+	0	-

Arrows pointing from the zeros of $f'(x)$ to the intervals of increase and decrease.

f é crescente se $-2 < x < 2$

f é decrescente se $x < -2$ ou $x > 2$

PROAC / COSEAC - Gabarito

Cálculos e respostas:

c) o ponto cuja abscissa é -2 é um ponto de mínimo local $P(-2, -\frac{3}{4})$.

- o ponto cuja abscissa é 2 é um ponto de máximo local $P(2, \frac{3}{4})$.

- não há ponto de inflexão

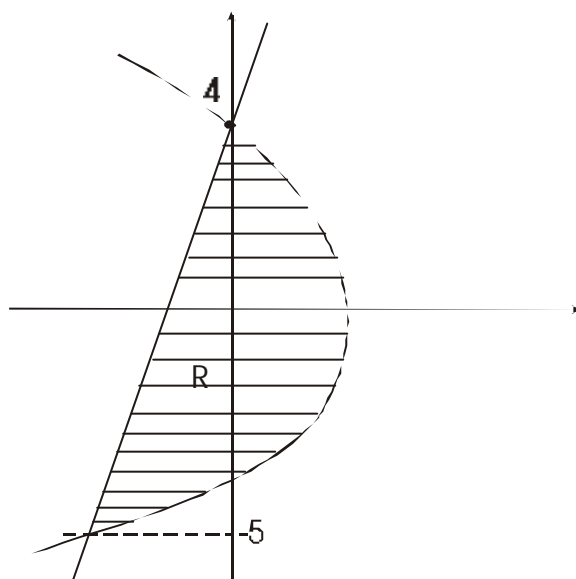
PROAC / COSEAC - Gabarito

2ª Questão: (1,5 pontos)



Calcule $\int_R x^2 y \, dA$, sendo R a região do plano limitada pelas curvas cujas equações são $x + y^2 = 16$ e $y - x = 4$.

Cálculos e respostas:



$$y - 4 = 16 - y^2$$

$$y^2 + y - 20 = 0$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{2} \begin{matrix} \nearrow -5 \\ \searrow 4 \end{matrix}$$

PROAC / COSEAC - Gabarito

Cálculos e respostas:

$$\begin{aligned} I &= \int_{-5}^4 \int_{y-4}^{16-y^2} x^2 y \, dx \, dy = \int_{-5}^4 \left[\frac{x^3 y}{3} \right]_{y-4}^{16-y^2} dy = \\ &= \int_{-5}^4 \left[\frac{(16-y^2)^3 \cdot y}{3} - \frac{(y-4)^3 y}{3} \right] dy = \\ &= \int_{-5}^4 \frac{(16-y^2)^3 y}{3} dy - \int_{-5}^4 \frac{(y-4)^3 y}{3} dy = - \int_{-9}^0 \frac{u^3}{2 \cdot 3} du - \int_{-9}^0 \frac{v^3 (v+4)}{3} dv \\ &= - \frac{u^4}{4 \cdot 3 \cdot 2} \Big|_{-9}^0 - \frac{1}{3} \left[\frac{v^5}{5} + v^4 \right]_{-9}^0 = \frac{-3^{10}}{40} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u &= 16 - y^2 \\ du &= -2y dy \\ y = -5 & \quad u = -9 \\ y = 4 & \quad u = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y - 4 &= v \\ y &= v + 4 \\ dy &= dv \\ y = -5 & \quad v = -9 \\ y = 4 & \quad v = 0 \end{aligned}$$

PROAC / COSEAC - Gabarito

3ª Questão: (1,0 ponto)



Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 \\ -2 & 5 & 4 \\ -5 & 6 & -3 \end{bmatrix}$ e determine, se possível:

- a) o determinante de A
- b) a matriz inversa de A

Cálculos e respostas:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 \\ -2 & 5 & 4 \\ -5 & 6 & -3 \end{bmatrix}$$

- a) $\det A = -15 - 40 - 84 + 175 - 24 - 12 = 0$
- b) Não existe matriz inversa de A pois $\det A = 0$

PROAC / COSEAC - Gabarito

4ª Questão: (1,0 ponto)



Considere a função f definida por $f(x, y) = e^{2x} \cos^2 y$.

Mostre que $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 2e^{2x}$.

Cálculos e respostas:

$$f(x,y) = e^{2x} \cos^2 y$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2e^{2x} \cos^2 y, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 4e^{2x} \cos^2 y$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = -2e^{2x} \cos y \operatorname{sen} y = -e^{2x} \operatorname{sen} 2y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -2e^{2x} \cos 2y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 4e^{2x} \cos^2 y - 2e^{2x} \cos 2y =$$

$$\text{mas } \cos 2y = \cos^2 y - \operatorname{sen}^2 y$$

$$= 2e^{2x}(2\cos^2 y - \cos^2 y) = 2e^{2x} [2\cos^2 y - \cos^2 y + \operatorname{sen}^2 y]$$

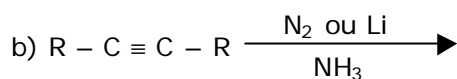
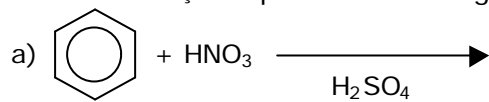
$$= 2e^{2x} [\cos^2 y + \operatorname{sen}^2 y]$$

$$= 2e^{2x}$$

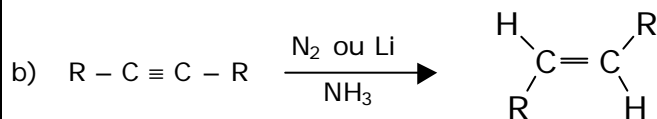
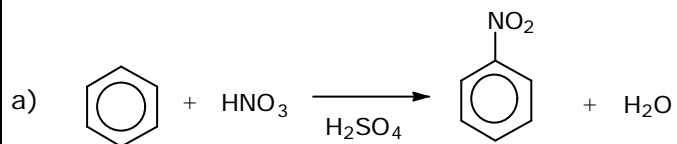
PROAC / COSEAC - Gabarito

5ª Questão: (1,0 ponto)

Forneça os produtos das seguintes reações químicas:



Cálculos e respostas:



PROAC / COSEAC - Gabarito

6^a Questão: (1,0 ponto)

--	--

Calcule a molaridade de uma solução de K_2CO_3 3N.

Cálculos e respostas:

1 M ——— 2 N (para o K_2CO_3)

x M ——— 3 N
 |
 └───▶ x = 1,5 M

PROAC / COSEAC - Gabarito

7ª Questão: (1,5 pontos)

São misturados 25 mL de uma solução 0,8 M de um monoácido com 60 mL de uma solução 0,6 M de outro monoácido. Os dois ácidos não reagem entre si e admite-se que estão totalmente ionizados.

Calcule o pH da mistura dos dois ácidos.

Dado:

$$\log 65 = 1,81$$

Cálculos e respostas:

Como são monoácidos, M corresponde a N

$$VN = V'N' + V''N''$$

$$85 N = 25 \times 0,8 + 60 \times 0,6$$

$$N = 0,65$$

$$[H^+] = M\alpha = 0,65 \times 1 = 0,65$$

$$pH = \log \frac{1}{[H^+]} = \log \frac{1}{65 \times 10^{-2}} =$$

$$= \log \frac{10^2}{65} = 2 - \log 65 = 2 - 1,81 = 0,19$$

PROAC / COSEAC - Gabarito

8ª Questão: (1,5 pontos)

Sabe-se que 0,184 g de um composto orgânico contidos em 1000 cm³ de determinada solução de uma substância orgânica exercem pressão osmótica de 5,55 atm na temperatura de 0° C.

Calcule o peso molecular da referida substância orgânica.

Dado:

$$R = 0,082 \text{ L.atm/gmol.}^\circ\text{K}$$

Cálculos e respostas:

$$PV = nRT = \frac{m}{\text{PesoMolecular}} \cdot RT$$

$$\text{Peso Molecular} = \frac{m}{PV} RT =$$

$$= \frac{42}{5,55 \times 1} \times 0,082 \times 273 \cong 169$$

PROAC / COSEAC - Gabarito

