

PROAC / COSEAC - Gabarito

Prova de Matemática

1ª Questão: (2,0 pontos)

Dois estudantes, Haroldo e Luiz, receberam bolsas de iniciação científica de mesmo valor. No final do mês, Haroldo havia gasto $\frac{2}{3}$ e Luiz havia gasto $\frac{3}{4}$ do total de suas respectivas bolsas. Sabe-se que Haroldo ficou com R\$ 16,00 a mais que Luiz.

Qual é o valor da bolsa?

Cálculos e resposta:

Seja x o valor da bolsa.

Haroldo ficou com $\frac{1}{3}x$ e Luiz com $\frac{1}{4}x$.

$$\text{Assim, } \frac{1}{3}x = \frac{1}{4}x + 16 \Rightarrow \frac{x}{12} = 16 \Rightarrow x = 192$$

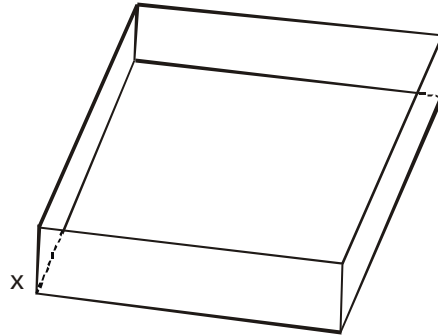
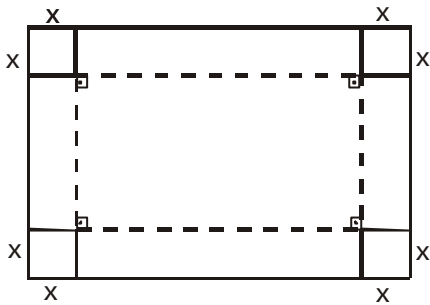
O valor da bolsa é de R\$ 192,00.

PROAC / COSEAC - Gabarito

2ª Questão: (2,0 pontos)



Com uma folha retangular de cartolina que mede 60 cm de comprimento por 50 cm de largura, constrói-se uma caixa sem tampa em forma de paralelepípedo retângulo, cortando-se um quadrado de lado x cm em cada canto da folha e dobrando-se nas linhas tracejadas (figura).



Seja $V: D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a função que expressa o volume da caixa em termos de x .

- Encontre uma expressão para a função V .
- Encontre o domínio D desta função.

Cálculos e resposta:

a) A caixa é um paralelepípedo retângulo. Portanto,

$$V(x) = (60 - 2x)(50 - 2x) \cdot x$$

b) Deve-se ter $V(x) > 0$ e $x > 0$, bem como $50 - 2x > 0$ e $60 - 2x > 0$.

Assim,

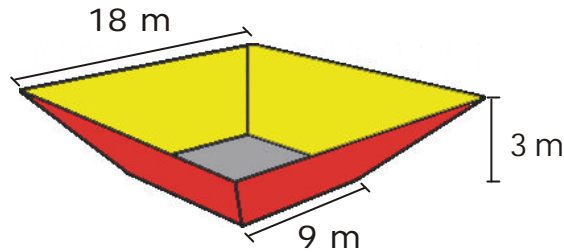
$$D(V) = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 25\}.$$

PROAC / COSEAC - Gabarito

3ª Questão: (2,0 pontos)



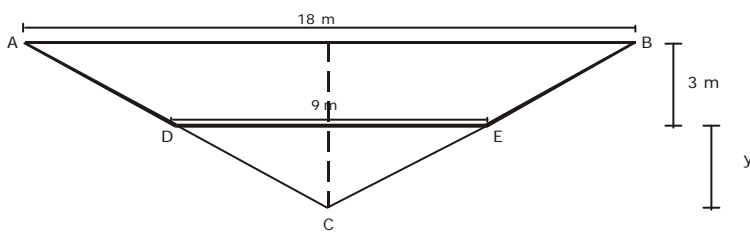
Um reservatório com 3 metros de altura tem a forma de um tronco de pirâmide quadrangular regular, conforme indica a figura.



Colocam-se 294.000 litros de água no reservatório.
 Determine a altura atingida pela superfície da água.

Cálculos e resposta:

O volume V de uma pirâmide quadrangular regular de área da base A e altura h é dado por $V = \frac{1}{3} Ah$

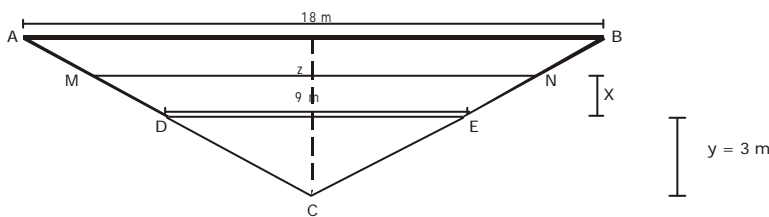


$$\triangle DEC \sim \triangle ABC$$

$$\frac{y}{3+y} = \frac{9}{18}$$

$$\frac{y}{3+y} = \frac{1}{2}$$

$$2y = 3 + y \quad \therefore \quad y = 3$$



$$\triangle DEC \sim \triangle MNC$$

$$\frac{9}{z} = \frac{3}{3+x}$$

$$3z = 9(3+x)$$

$$z = 3(3+x)$$

$$294.000 \text{ L} = 294 \text{ m}^3$$

$$294 = \frac{1}{3} [z^2 (3+x)] - \frac{1}{3} [9^2 \times 3]$$

PROAC / COSEAC - Gabarito

Cálculos e respostas:

$$z^2 = 9 (3 + x)^2$$

$$294 = \frac{1}{3} [9(3+x)^3 - 243]$$

$$882 + 243 = 9 (3 + x)^3$$

$$1125 = 9 (3 + x)^3$$

$$125 = (3 + x)^3$$

$$5^3 = (3 + x)^3$$

$$3 + x = 5$$

$$x = 2$$

Resp.: 2 m de altura

PROAC / COSEAC - Gabarito

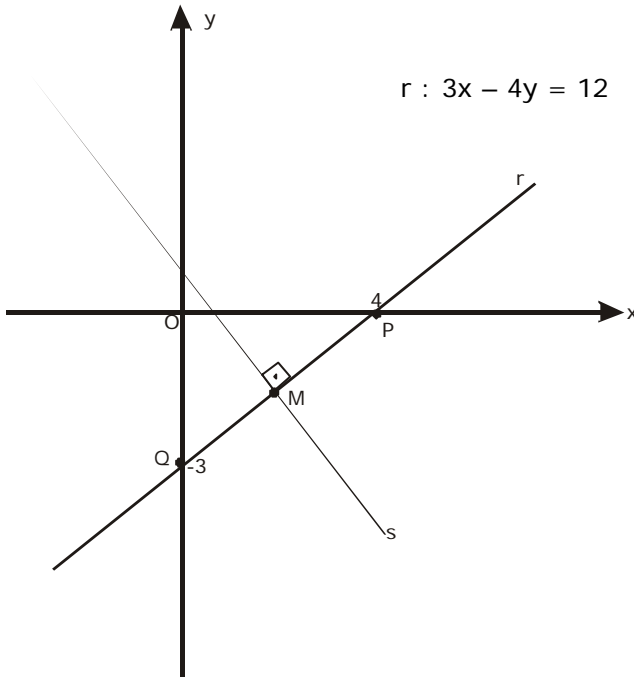
4ª Questão: (2,0 pontos)



Considere a reta r de equação $3x - 4y = 12$. Sejam P e Q , respectivamente, os pontos de interseção dessa reta com o eixo das abscissas e com o eixo das ordenadas. Seja M o ponto médio do segmento \overline{PQ} .

Encontre a equação da reta que é perpendicular à reta r e contém o ponto M .

Cálculos e resposta:



Tem-se $P(4,0)$ e $Q(0,-3)$

Assim, o ponto M é

$$M = \left(2, -\frac{3}{2} \right)$$

Coefficiente angular da reta r (m_r):

$$3x - 4y = 12 \Rightarrow 4y = 3x - 12 \Rightarrow y = \frac{3}{4}x - 3 \Rightarrow m_r = \frac{3}{4}$$

Seja s a reta procurada.

Assim, $m_s = -\frac{4}{3}$.

Logo, a equação de s é

$$y - \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{4}{3}(x - 2) \Rightarrow y + \frac{3}{2} = -\frac{4x}{3} + \frac{8}{3} \Rightarrow$$

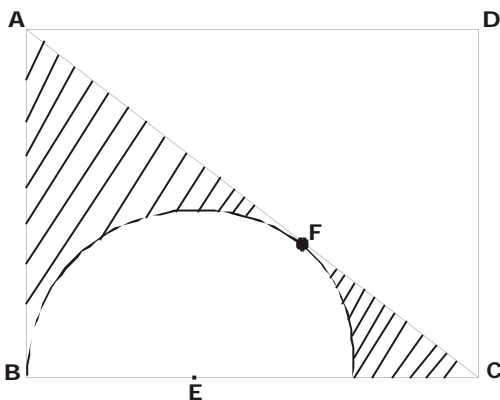
$$y = -\frac{4x}{3} + \frac{7}{6}$$

PROAC / COSEAC - Gabarito

5ª Questão: (2,0 pontos)



Na figura, ABCD é um retângulo de lados $\overline{AB} = 30$ cm e $\overline{BC} = 40$ cm. F é o ponto de tangência da diagonal \overline{AC} com a semicircunferência de centro E.



Calcule a área da região hachurada.

Cálculos e resposta:

Por semelhança de triângulos,

$$\frac{\overline{EF}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{EC}}{\overline{AC}} \Rightarrow \frac{r}{30} = \frac{40-r}{50} \Rightarrow$$

$$50r = 1200 - 30r \Rightarrow 80r = 1200 \Rightarrow$$

$$r = \frac{120}{8} \Rightarrow r = 15 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \frac{30 \times 40}{2} - \frac{1}{2} \times \pi \times 15^2$$

$$= \left(600 - \frac{225}{2} \pi \right) \text{cm}^2$$

PROAC / COSEAC - Gabarito

--