PROAC / COSEAC - Gabarito

Prova de Matemática

1ª Questão: (2,0 pontos)

Dois estudantes, Haroldo e Luiz, receberam bolsas de iniciação científica de mesmo valor. No final do mês, Haroldo havia gasto $\frac{2}{3}$ e Luiz havia gasto $\frac{3}{4}$ do total de suas respectivas bolsas. Sabe-se que Haroldo ficou com R$ 16,00 a mais que Luiz.

Qual é o valor da bolsa?

Cálculos e resposta:

Seja x o valor da bolsa.

Haroldo ficou com $\frac{1}{3}$ x e Luiz com $\frac{1}{4}$ x.

Assim, $\frac{1}{3}x = \frac{1}{4}x + 16 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{12} = 16 \quad \Rightarrow \quad x = 192$

O valor da bolsa é de R$ 192,00.

PROAC / COSEAC - Gabarito

2ª Questão: (2,0 pontos)

A aplicação de um capital C foi iniciada há exatamente um ano. Durante esse período, o capital duplicou a cada 4 meses.

Determine a porcentagem que deve ser retirada da quantia hoje existente para que a quantia restante seja igual ao capital inicial C.

Cálculos e resposta:

Capital inicial: C

Após 4 meses: 2C

Após 8 meses: 4C

Após 1 ano: 8C

Parte que será retirada: 8C – C = 7C

$$7\cancel{C} = \frac{8\cancel{C} \cdot i}{100} \Rightarrow i = 87,5$$

Resp.: 87, 5 %

PROAC / COSEAC - Gabarito

3ª Questão: (2,0 pontos)

Um grupo de 5 homens e 8 mulheres deve ser dividido em subgrupos com 3 pessoas cada, de modo que cada subgrupo tenha pelo menos um homem.

De quantas formas distintas esses subgrupos podem ser formados?

Cálculos e resposta:

Grupos de 1 homem e 2 mulheres: $C_5^1 \cdot C_8^2 = 5 \cdot \dfrac{8!}{2!\,6!} = 5 \cdot \dfrac{\overset{4}{\cancel{8}} \times 7}{\cancel{2}} = 140$

Grupos de 2 homens e 1 mulher: $C_5^2 \cdot C_8^1 = 8 \cdot \dfrac{5!}{2!\,3!} = 8 \cdot \dfrac{5 \times 4}{2} = 80$

Grupos de 3 homens : $C_5^3 = \dfrac{5!}{3!\,2!} = \dfrac{5 \times 4}{2} = 10$

Total de formas distintas de construir os subgrupos

$$140 + 80 + 10 = 230.$$

Resp.: 230 formas distintas

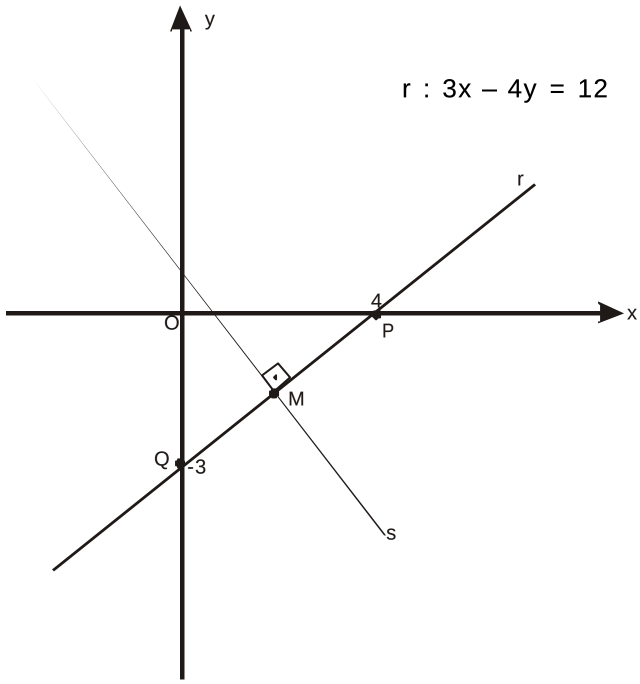
PROAC / COSEAC - Gabarito

4ª Questão: (2,0 pontos)

Considere a reta r de equação 3x – 4y = 12. Sejam P e Q, respectivamente, os pontos de interseção dessa reta com o eixo das abscissas e com o eixo das ordenadas. Seja M o ponto médio do segmento $\overline{PQ}$.

Encontre a equação da reta que é perpendicular à reta r e contém o ponto M.

Cálculos e resposta:



Tem-se P(4,0) e Q(0,-3).

Assim, o ponto M é

$$M = \left(2, \frac{-3}{2}\right)$$

Coeficiente angular da reta r(m_r):

$$3x - 4y = 12 \quad \Rightarrow \quad 4y = 3x - 12 \quad \Rightarrow \; y = \frac{3}{4}\, x - 3 \;\Rightarrow\; m_r = \frac{3}{4}$$

Seja s a reta procurada.

Assim, $m_s = -\dfrac{4}{3}$.

Logo, a equação de s é

$$y - (-\frac{3}{2}) = -\frac{4}{3}\,(x - 2) \quad \Rightarrow \quad y + \frac{3}{2} = -\frac{4x}{3} + \frac{8}{3} \quad \Rightarrow$$

$$y = -\frac{4x}{3} + \frac{7}{6}$$

PROAC / COSEAC - Gabarito

5ª Questão: (2,0 pontos)

Seja (a_n) uma progressão geométrica em que o primeiro termo é $a_1 = 16$ e a razão é q, sendo q um número inteiro maior que 1. Seja (b_n) outra progressão geométrica em que o primeiro termo é $b_1 = 1$ e a razão é q^2. Sabendo que $a_{17} = b_{11}$, determine o valor de q.

Cálculos e resposta:

$a_{17} = a_1 \cdot q^{16} = 16 \cdot q^{16}$

$b_{11} = b_1 \cdot (q^2)^{10} = 1 \cdot q^{20}$

$q^{20} = 16 \cdot q^{16} \Rightarrow q^4 = 16 \Rightarrow q = \pm 2.$

Como $q > 1$ temos que $q = 2$

Resp.: $q = 2$

PROAC / COSEAC - Gabarito