

PROAC / COSEAC- Gabarito

Prova de Matemática

1ª Questão: (2,0 pontos)



Dois estudantes, Haroldo e Luiz, receberam bolsas de iniciação científica de mesmo valor. No final do mês, Haroldo havia gasto $\frac{2}{3}$ e Luiz havia gasto $\frac{3}{4}$ do total de suas respectivas bolsas. Sabe-se que Haroldo ficou com R\$ 16,00 a mais que Luiz.

Qual é o valor da bolsa?

Cálculos e resposta:

Seja x o valor da bolsa.

Haroldo ficou com $\frac{1}{3}x$ e Luiz com $\frac{1}{4}x$.

$$\text{Assim, } \frac{1}{3}x = \frac{1}{4}x + 16 \Rightarrow \frac{x}{12} = 16 \Rightarrow x = 192$$

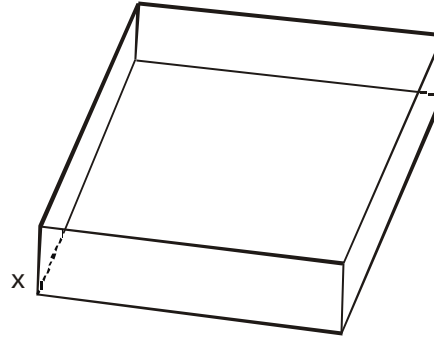
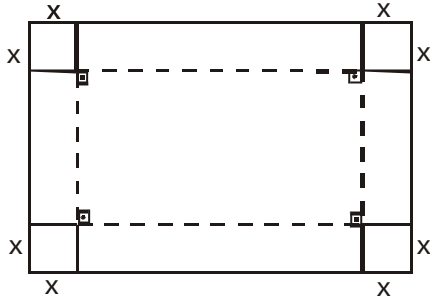
O valor da bolsa é de R\$ 192,00.

PROAC / COSEAC- Gabarito

2ª Questão: (2,0 pontos)



Com uma folha retangular de cartolina que mede 60 cm de comprimento por 50 cm de largura, constrói-se uma caixa sem tampa em forma de paralelepípedo retângulo, cortando-se um quadrado de lado x cm em cada canto da folha e dobrando-se nas linhas tracejadas (figura).



Seja $V: D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a função que expressa o volume da caixa em termos de x .

- Encontre uma expressão para a função V .
- Encontre o domínio D desta função.

Cálculos e resposta:

a) A caixa é um paralelepípedo retângulo. Portanto,

$$V(x) = (60 - 2x)(50 - 2x) \cdot x$$

b) Deve-se ter $V(x) > 0$ e $x > 0$, bem como $50 - 2x > 0$ e $60 - 2x > 0$.

Assim,

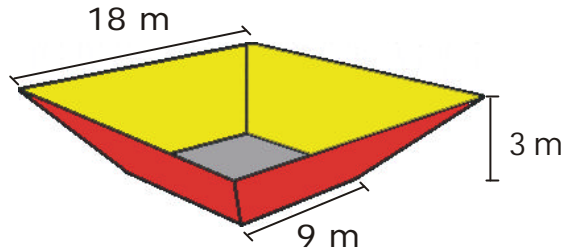
$$D(V) = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 25\}.$$

PROAC / COSEAC- Gabarito



3ª Questão: (2,0 pontos)

Um reservatório com 3 metros de altura tem a forma de um tronco de pirâmide quadrangular regular, conforme indica a figura.



Colocam-se 294.000 litros de água no reservatório.
 Determine a altura atingida pela superfície da água.

álculos e resposta:

O volume V da pirâmide quadrangular regular de área da base A e altura h é dado por $V = \frac{1}{3} Ah$

$\triangle DEC \sim \triangle ABC$

$$\frac{y}{3+y} = \frac{9}{18}$$

$$\frac{y}{3+y} = \frac{1}{2}$$

$$2y = 3 + y \quad \therefore \quad y = 3$$

$\triangle DEC \sim \triangle MNC$

$$\frac{9}{z} = \frac{3}{3+x}$$

$$3z = 9(3+x)$$

$$z = 3(3+x)$$

$294.000 \text{ L} = 294 \text{ m}^3$

$$294 = \frac{1}{3} [z^2 (3+x)] - \frac{1}{3} [9^2 \times 3]$$

PROAC / COSEAC- Gabarito

Cálculos e respostas:

$$z^2 = 9 (3 + x)^2$$

$$294 = \frac{1}{3} [9(3+x)^3 - 243]$$

$$882 + 243 = 9 (3 + x)^3$$

$$1125 = 9 (3 + x)^3$$

$$125 = (3 + x)^3$$

$$5^3 = (3 + x)^3$$

$$3 + x = 5$$

$$x = 2$$

Resp.: 2 m de altura

PROAC / COSEAC- Gabarito

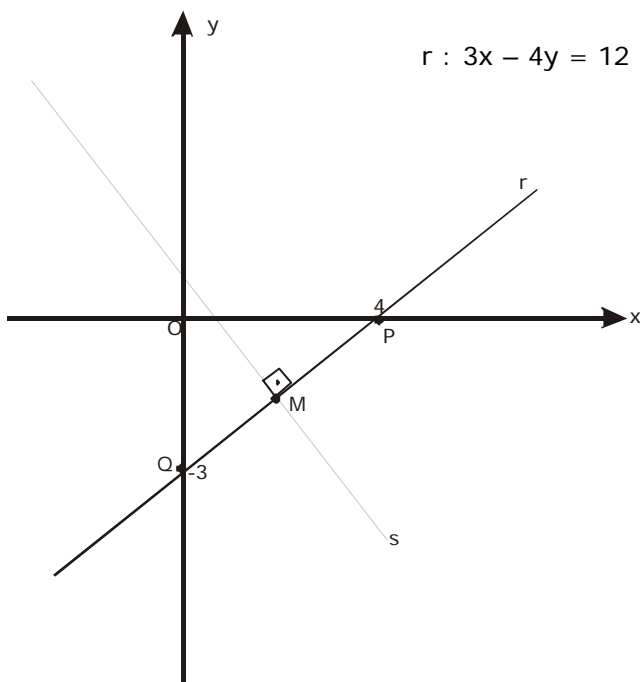
4ª Questão: (2,0 pontos)



Considere a reta r de equação $3x - 4y = 12$. Sejam P e Q , respectivamente, os pontos de interseção dessa reta com o eixo das abscissas e com o eixo das ordenadas. Seja M o ponto médio do segmento \overline{PQ} .

Encontre a equação da reta que é perpendicular à reta r e contém o ponto M .

Cálculos e resposta:



Tem-se $P(4,0)$ e $Q(0,-3)$

Assim, o ponto M é

$$M = \left(2, \frac{-3}{2} \right)$$

Coefficiente angular da reta r (m_r):

$$3x - 4y = 12 \Rightarrow 4y = 3x - 12 \Rightarrow y = \frac{3}{4}x - 3 \Rightarrow m_r = \frac{3}{4}$$

Seja s a reta procurada.

Assim, $m_s = -\frac{4}{3}$.

Logo, a equação de s é

$$y - \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{4}{3}(x - 2) \Rightarrow y + \frac{3}{2} = -\frac{4x}{3} + \frac{8}{3} \Rightarrow$$

$$y = -\frac{4x}{3} + \frac{7}{6}$$

PROAC / COSEAC- Gabarito

5ª Questão: (2,0 pontos)



Uma das raízes do polinômio $p(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ é o número complexo i . Sabendo que $p(0) = 0$, determine os valores de b , c e d .

Cálculos e resposta:

Sendo i raiz de $p(x)$, $-i$ também é raiz de $p(x)$.

Como $p(0) = 0$, as raízes de $p(x)$ são $-i$, 0 e i .

Portanto,

$$p(0) = 0 \Rightarrow d = 0$$

$$p(i) = 0 \Rightarrow -i - b + ci = 0$$

$$p(-i) = 0 \Rightarrow i - b - ci = 0$$

$$-2b = 0 \Rightarrow b = 0$$

$$\therefore ci = i \Rightarrow c = 1$$

Resp.: $b = d = 0$ e $c = 1$

PROAC / COSEAC- Gabarito

